كراس الرياضيات

نشرها: الأستاذ جمال مرسلي





للشهيـــــــد

قدّور مزيان بن الطاهر مزيان

من شهداء ثورة التحرير الجزائرية

استشهد سنة 1960م

وهو ابن الشيخ العالم

سي بغداد مزيان العطافي اليحياوي

المديـــــــة





الشهيد قدور مزيان

Meziane Kaddour.

Meziane K.
Cahier de :
Mathematiques
3e M

Meziane Kaddour

Classe de : 3e M

Année Scolaire 1955 - 1956

Cahier De Mathématiques

Collège Bencheneb Medea

Lieux Géométriques

Définition. Le lieu géométrique est une figure formée par des points ayant les mêmes propriétés.

Ex. Le cercle est le lieu géométrique des points d'un plan (situés à une) équidistants d'un centre

Les points équidistants de deux points A et B : la médiatrice

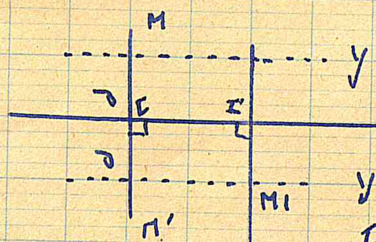
Méthode de recherche d'un lieu.

1°) construction d'un point du lieu.

2°) construire le lieu

3°) Discuter si tous les points de ce lieu conviennent

Points équidistants d'une droite.



1) construction de 2 points : M et M'

2) M et M' sont sur les // à Δ

Δ 3°) Discution

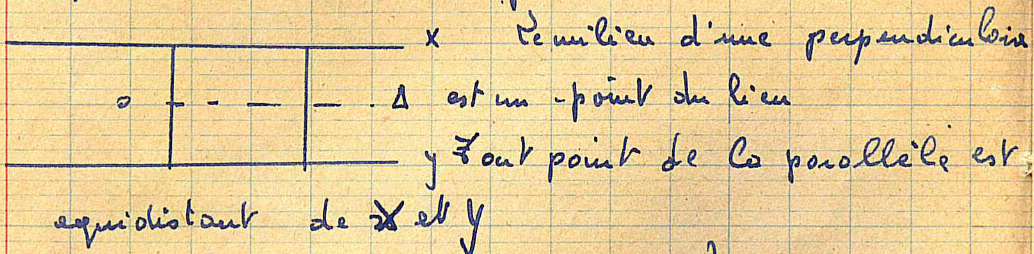
y' M. quelconque sur y'

I M' M1 I' rectangle

Conclusion : M1 I' = d.

Le lieu géométrique des points équidistant d'une droite est formé des parallèles de cette droite.

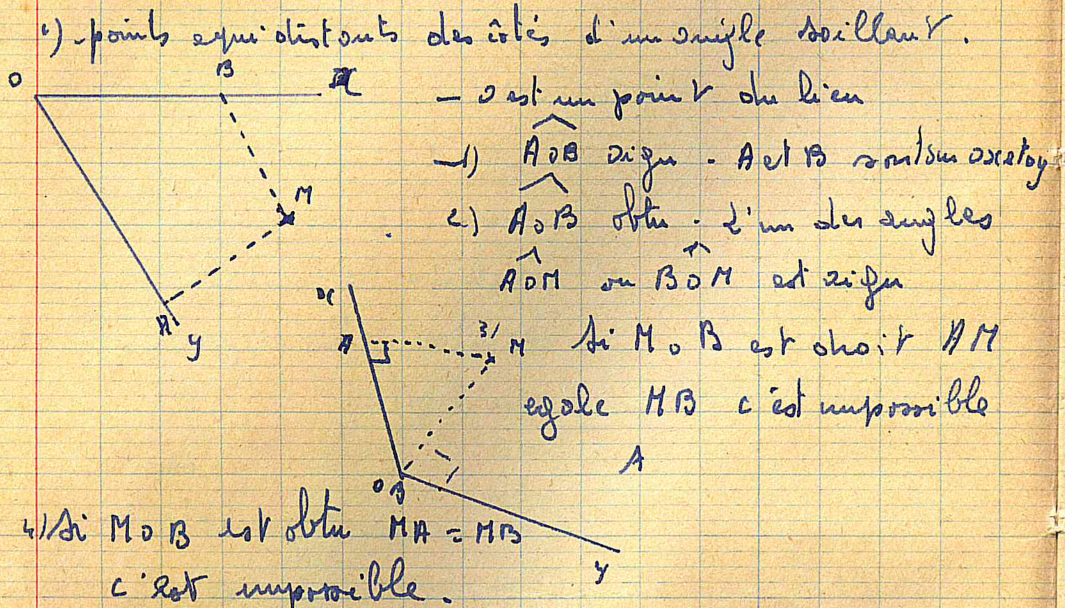
Points équidistants de deux droites parallèles



Le milieu d'une perpendiculaire est un point du lieu. Tout point de la parallèle est équidistant de x et y

Points équidistants de deux droites concourantes

1) points équidistants des côtés d'un angle saillant.



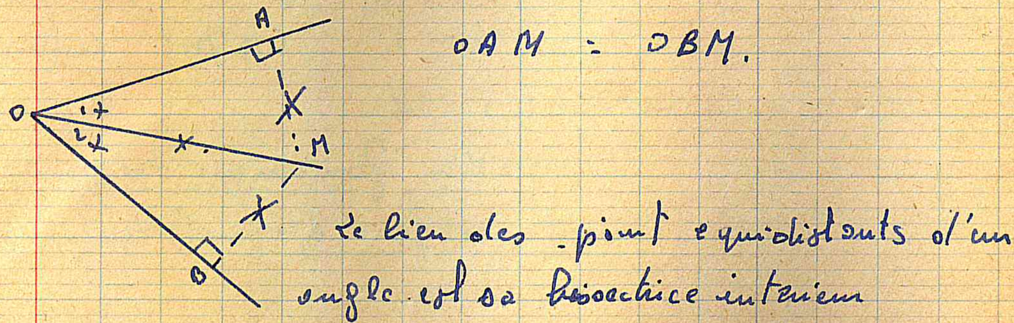
— O est un point du lieu

1) $\widehat{AOB}$ aigu . A et B sont sur ox et oy

2) $\widehat{AOB}$ obtus . l'un des angles $\widehat{AOM}$ ou $\widehat{BOM}$ est aigu

3/ Si MOB est droit AM égale MB c'est impossible

4/ Si MOB est obtus MA = MB c'est impossible.



OAM = OBM.

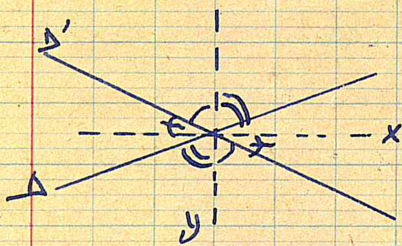
Le lieu des points équidistants d'un angle est sa bissectrice intérieure

Points

Arcs co

A

Points équidistants de 2 droites concourantes.

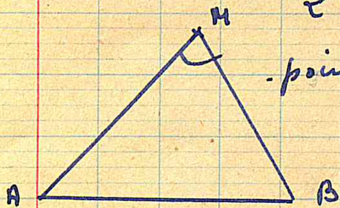


Le lieu des point équidistants de deux droites concourantes est formé par les deux bissectrices des 4 angles de ces deux droites.

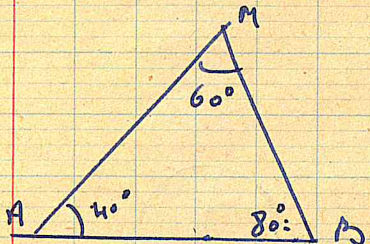
Arcs capables

Recherche du lieu des points d'un segment AB sous un angle α.

L'angle sous lequel on voit AB du point M est l'angle AMB.

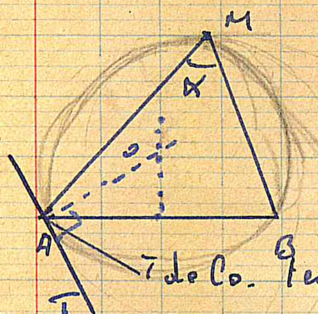


construction d'un point d'où l'on voit AB sous un angle de 60°.



$\hat{A} + \hat{B} = 180° - 60°$

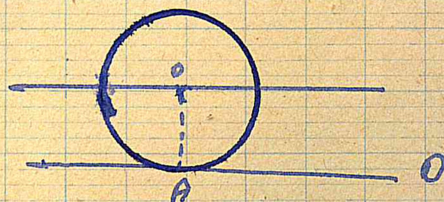
Recherche du lieu M dans un demi plan.



O centre du ~~cer~~ cercle circonscrit est a. l'intersection de la mediatrice du segment AB et et la perpendiculaire ⊥ de la tangente AT.

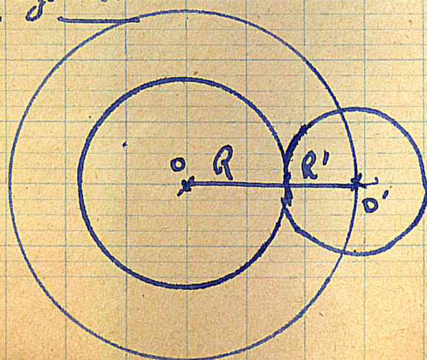
~~Reciproquement~~.

Lieu des centres de cercles de Rayon R. tangents a une droite D.



soit un point O qui repond à la question. OA etant perpendiculaire à D. La distance OA la droite D = R. On est donc ramené a cherche le lieu des points distant de la droite D d'une longueur OA.

Lieu des centres de cercle de rayon R' tangents exterieurement a un cercle O de rayon R.

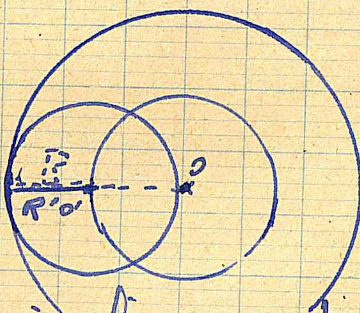


Lieu des ce

Lorsque deux ~~tangents~~ cercles sont tangents extérieurement la distance de leur centre s'égale à la somme des rayons. $OO' = R + R'$. OO' est une longueur constante. On est ramené au problème de la recherche du lieu des points situés à une même distance d'un même point.

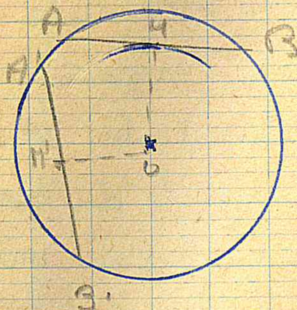
Le lieu de O' est donc la circonférence de rayon $R + R'$.

<u>Lieu des centres des cercles de rayon R' tangents intérieurement à un à un cercle de centre O et de rayon R.</u>



Lorsque deux circonférences sont tangentes intérieurement la distance de leur centre = la différence de leur rayon. $OO' = R - R'$. OO' est une longueur constante. Le lieu de O' est donc la circonférence de centre O et de rayon $R - R'$.

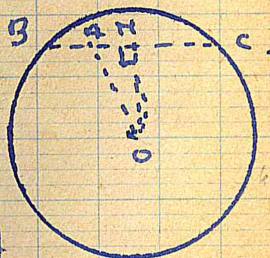
Lieu des milieux des cordes égales d'un cercle.



Si H est le milieu de AB OH est perpendiculaire à AB donc OH est la distance du centre o à la corde AB.
Nous savons que si deux cordes son égales leurs distances au centre sont égales. La longueur AB restant constante la longueur OH reste aussi constante. Le lieu de H est donc la circonference de centre O et de rayon OH

Lieu des milieux des cordes d'un cercle O passant par un point fixe A

1er Cas.

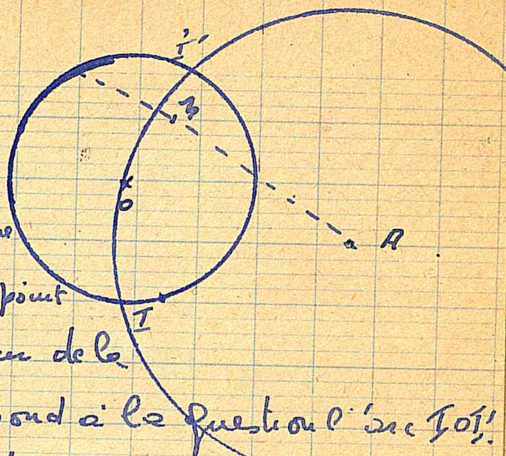


Si H est le milieu de BC. OH est perpendiculaire à BC. On est donc ramené à chercher le lieu des sommets des angles droits dont les côtés passent par deux points fixe A et O.
C'est la Circonference de diametre OA.

2° Cas.

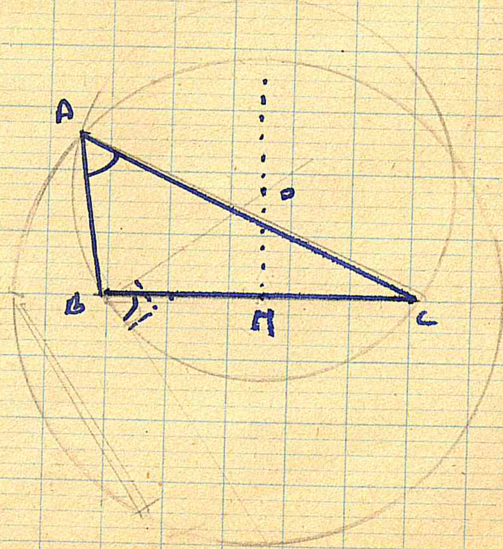
A à l'extérieur.

Le raisonnement est le même que précédemment mais ici le point M devant rester à l'intérieur de la circonférence O. Seul répond à la question l'arc IOI' du cercle de centre A et de rayon AO



Utilisation des Lieux Géométriques.

Construire un triangle de ABC connaissant le côté BC : 5 cm la médiane AM = 4 cm. L'angle A = 60°



Mettons en place BC. Un 1er lieu de $\hat{A}$ c'est le cercle de rayon 4 cm et de centre M. 2e lieu de $\hat{A}$ c'est l'ensemble des arcs capables de l'angle de 60° construit sur BC. (ces 2 arcs sont symetriques par rapport à BC.) Le Point A est donc à l'intersection des deux arcs avec la circonference.
D'où 4 solutions de triangles.

Segments Proportionnels.

Problème N° 1. Sur un segment AB, entre A et B, déterminez un point M tel que $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{7}$



On a : $AM = 2$

$MB = 7.$

$AB = 9.$

D'où la construction : On partage AB en 9 parties égales. et M sera à deux divisions à droite de A.

On dit que M partage AB en deux segments additifs dans le rapport $\frac{2}{7}$.

Calcul : on pose $AB = l$ on a $MA + MB = l$.

$$\frac{MA}{MB} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{MA}{2} = \frac{MB}{7} = \frac{MA+MB}{2+7} = \frac{l}{9}$$

$$MA = \frac{2l}{9} \qquad MB = \frac{7l}{9}$$

Problème N° 2.

Trouver sur la droite AB en dehors des segments un point P tel que $\frac{PA}{PB} = \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$ étant plus petit que 1 PA est plus petit que PB. P est donc à gauche de A. Il existe un segment contenu 2 fois dans PA et 5 fois PB. donc 3 fois dans AB d'où la construction : On partage AB en 3 parties égales et on porte deux division à gauche de A. On dit que P partage ~~P~~ AB en deux segments soustractifs. dans le rapport $\frac{2}{5}$.

Calcul : on pose $AB = e$.

$$PB - PA = e \qquad \frac{PB}{5} = \frac{PA}{2} = \frac{PB - PA}{5 - 2} = \frac{e}{3}$$

$$PB = \frac{5e}{3} \qquad PA = \frac{2e}{3}.$$

Problème 3. Trouver ~~en~~ sur la droite AB en dehors du segment AB un point P tel que $\frac{PA}{PB} = \frac{7}{2}$.



$\frac{7}{2}$ étant plus grand que l'unité PA est plus grand que PB P se trouve à droite de B. Même raisonnement que ~~tout à~~ précédemment on partage AB en 5 parties égales et on porte deux parties à droite de B.

Problème récapitulatif. Trouver sur AB un point M qui partage AB dans le rapport $\frac{3}{5}$



D'après les constructions précédentes deux solutions.

1) Un point M situé entre A et B et qui partage AB en 2 segments additifs. dans le rapport $\frac{3}{5}$ $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{5}$

2) Un point M' situé sur la droite AB à l'extérieur de AB (à gauche de A) et qui partage AB en 2 segments soustractifs dans le rapport $\frac{3}{5}$ $\frac{M'A}{M'B} = \frac{3}{5}$

On a donc $\frac{MA}{MB} = \frac{M'A}{M'B}$

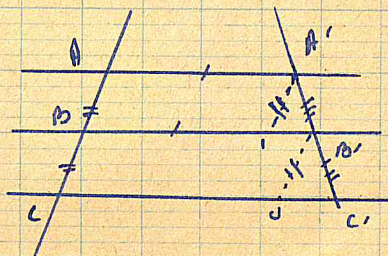
Ces 2 points M et M' qui partagent AB dans le même rapport sont dits : conjugués harmoniques ~~harmoniquement~~ de A et B ; on dit encore que les 4 points A B M M' forment une division harmonique.

Théorème de Thalès.

Théorème préliminaire :

(Si des droites découpent sur)

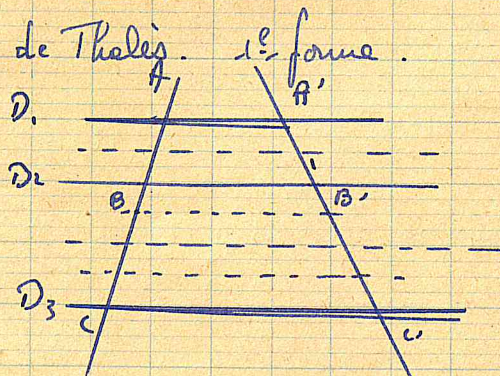
Si des parallèles découpent sur ~~des~~ une sécantes des segments égaux, ils découpent sur toutes autres sécantes des segments égaux entre-eux.



H) $AA' // BB' // CC'$
$A'I // = AB$
$B'J // = BC$

C) $A'B' = B'C'$

Théorème de Thalès. 1re forme.



Considérons les parallèles D_1 D_2 D_3 coupées par 2 sécantes. A et A'. Supposons qu'il existe une commune mesure contenue 2 fois dans AB et 4 fois dans BC. on a $\frac{A}{B} = \frac{2}{4}$
Par les divisions de A menons les parallèles à D_1 D_2 D_3.
D'après le théorème préliminaire A'; B'; se trouvent être égals entre elles donc
$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{2}{4}$

Par conséquent : $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ (1)

Des parallèles découpent sur 2 sécantes des segments proportionnels.

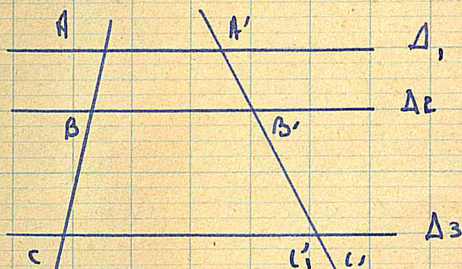
Application

Théorème de Thalès 2e forme.

Dans la proportion (1) intervertissons l'ordre des moyens : $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$ (2)

Tous les segments d'une sécante sont proportionnels aux segments correspondants de l'autre sécante.

Réciproque du théorème de Thalès.



H) $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ (1)

C) Δ3 // Δ2 // Δ1

Supposons que Δ3 ne soit pas parallèle à Δ1 et Δ2

Par C menons la parallèle CC'_1 à ces droites

D'après le théorème de Thalès nous pouvons écrire :

$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'_1}$

En comparant les proportions on tire

$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{A'B'}{B'C'_1}$ d'où $B'C' = B'C'_1$

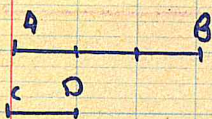
Les points C' et C'_1 sont confondus :

et la droite Δ3 est parallèle à Δ1 et Δ2

Si 3 droites dont 2 sont parallèles déterminent sur 2 sécantes des segments proportionnels et placés de la même façon la 3.e droite est parallèle aux 2 premières

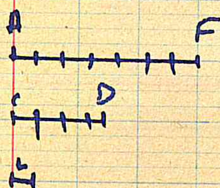
Application du théorème de Thalès au triangles.

Rapport de deux grandeurs.



$AB = CD \times 3$ $\qquad \frac{AB}{CD} = 3.$

$CD = AB \times \frac{1}{3}$



$AF = 7L$ $\qquad \frac{AF}{CD} = \frac{15}{4}.$

$CD = 4L$

$AF = CD \times \frac{15}{4}$

Rapport de deux grandeurs.

G et G' grandeurs de même espèce

$G' = G \times n$ $\qquad n$ nombre entier.

$$\frac{G'}{G} = n.$$

1er cas. Il n'existe pas de nbre entier n tel que $\frac{G'}{G} = n$. Il existe peut être P et Q tel que $\frac{G'}{G} = \frac{P}{Q}$

$\frac{P}{Q}$ nombre fractionnaire

3e cas. Il se peut que P et Q n'existe pas quelque soi le partage de CD en segments égaux il n'existe pas de nombres entiers de ces segments dans AB.

$\frac{p}{q} \times CD < AB \quad \frac{p+1}{q} \times CD > AB : \quad \frac{p}{q} CD < AB < \frac{p+1}{q} CD.$

$\frac{p}{q}$ est la mesure rapprochée par défaut.

$\frac{p+1}{q}$ est la mesure rapprochée par excès à $\frac{1}{q}$ près

Ceux sont deux parties, grandeurs incommensurable il n'existe pas de parties alliquotes commune.

Théorème

La mesure d'une grandeur est le rapport de cette grandeur ou une autre grandeur de même nature prise pour unité. Il peut être entier fractionnaire (partie commensurable.)

Proportions

Rapport de deux nombres.

Le rapport de deux nombres a et b est le quotient exact de a par b tel que $\frac{a}{b} = q$.

q c'est le nombre par lequel il faut multiplier b pour obtenir a $a = bq$.

Rapport de deux grandeurs.

La mesure d'une grandeur est le rapport de cette grandeur a une grandeur de même espèce choisie comme unité.

Proportion:

Conditions s

Théorème

AB mesuré par l'unité u $\frac{AB}{u} = a$.

A'B' " " " u $\frac{A'B'}{u} = a'$

Le rapport des deux grandeurs AB et A'B' mesurées avec l'unité u est le rapport de leur mesure $\frac{a}{a'}$.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{a}{a'}$$

Proportion: Une proportion est l'égalité de deux rapports $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Le 1er et le 4e terme d'une proportion ∫ sont appelés les extrêmes exp. a et d.

Le 2e et le 3e terme d'une proportion sont appelés les moyens exp. b et c.

Conditions suffisantes et necessaires pour que 4 nombres forment une proportion.

a - b - c d. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Reduisons cette proportion au même denominateur.

$$\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{c \times b}{d \times b} = \frac{ad}{bd} = \frac{cb}{db}$$ d'où $ad = bc$.

4 nombres forment une proportion avec la relation: $ad = bc$.

Théorème. Dans une proportion le produit de extrêmes est egal au produit des moyens.

Reciproque: Soit 4 nbre a. b. c. d liées par la relation $ad = bc$. Divisons divisons les termes de cette relation par le produit db. $\frac{ad}{db} = \frac{bc}{db} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Pour que quatre nombres forment une proportion il suffit que le produit de deux d'entre eux soit égal au produit des deux autres.

La condition suffisante et necessaire pour que 4 nbre a b c d forment une proportion il faut que l'on ait : $ab = dc$ ou $ad = bc$ ou $ac = db$ ou $cd = ab$.

Transformation.

$ad = bc$ divisons par db : j'obtiens $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

$ad = bc$,, ,, ab : ,, $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

→ permutation des extremes.

$ad = bc$ divisons par dc : j'obtiens $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

→ permutation des moyens.

$ad = bc$ divisons par ac j'obtiens $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$

→ permutation des extremes et des moyens à la fois.

Théorème.

On ne change pas une proportion si on permute les extrêmes, les moyens, ou les deux ensemble.

Calcul d'un terme d'une proportion ou d'une 4e proportionnelle.

$\frac{x}{8} = \frac{6}{12}$ $\quad x = \frac{6 \times 8}{12} = \frac{48}{12} = 4.$ $\quad \frac{4}{8} = \frac{6}{12}$

$\frac{12}{9} = \frac{8}{x}$ $\quad \frac{x}{9} = \frac{8}{12}$ (permutation des extremes) $x = \frac{72}{12} = 6.$

$\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$ $\quad x = \frac{ab}{c}.$

Calcul

Suite de

Théorème

Autres tra

Nombres

Calcul d'une moyenne proportionnelle - ou moyenne géométrique.

$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$. $x^2 = ab$.

x est la moyenne géométrique de ab.

exp. $\frac{6}{x} = \frac{x}{12}$. $x^2 = 6 \times 12 = 72$. $x = \sqrt{72}$.

Suite de rapports égaux.

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$. k coefficient de proportionnalité.

$a = ka'$, $b = kb'$, $c = kc'$.

$a + b + c = k(a' + b' + c')$.

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'} = k$.

Théorème.

Une suite de rapports égaux s'égale au rapport obtenu en ajoutant les numérateurs et les dénominateurs.

Ceci est valable si on multiplie l'un des rapports par 1 ou par $\frac{n}{n}$: $\frac{an}{a'n} = \frac{bp}{b'p} = \frac{cq}{c'q} = \frac{an+bp+cq}{a'n+b'p+c'q} = k$.

Autres transformations.

$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 = \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

$\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 = \frac{a-b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

$\frac{a+nb}{b} = \frac{c+nd}{d}$

Nombres proportionnels.

On dit que les nombres a b c sont proportionnels au nombre a' b' c' si on a $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$.

Calculs sur les proportions.

on donne $\frac{a}{b}$ je cherche c et d connaissant c+d.

on a $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

Exp. $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ $\quad c+d = 40$.

on a $\frac{a+b}{b} = \frac{3+5}{5} = \frac{8}{5} = \frac{40}{d} = \frac{8}{5}$

$d = \frac{200}{8} = 25$.

$\frac{8}{5} = \frac{40}{25}$. $\quad \frac{3}{5} = \frac{15}{25}$

Grandeurs directement Proportionnelle

Définition

Une grandeur A est dite directement proportionnelle à une grandeur B si entre les mesures a et b de deux états correspondants de A et B existe la relation $\frac{A}{B} = k$.
et cela quel que soit A et B.

Changement d'unité.

Je mesure la grandeur L avec une unité U. La mesure de L va être le rapport de L par U. $\frac{L}{U}$

L

U

u

$\frac{L}{U} = \frac{a}{1}$ $\quad \frac{L}{u} = \frac{a'}{1}$

$U = p \times u$ $\quad U a = L = a'u$.

Théorème.

Le rapport des mesures d'une grandeur avec deux unités différentes est égal à l'inverse du rapport des unités.

$\frac{a}{a'} = \frac{u}{U}$ exp $5 \times 1^m = 500 \times 100\,cm$ $= \frac{5}{500} = \frac{100}{1}$

Changement d'unité pour 2 grandeurs A (. proportionnelles.

grandeur A $\left\{ \begin{array}{l} \text{unité } \alpha \\ \text{mesure } a \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{unité } \alpha' \\ \text{mesure } a' \end{array} \right.$ - $a' = \frac{a\,\alpha}{\alpha'}$

grandeur B $\left\{ \begin{array}{l} \text{unité } \beta \\ \text{mesure } b \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{unité } \beta' \\ \text{mesure } b' \end{array} \right.$ $b' = \frac{b\,\beta}{\beta'}$

$\frac{a}{b} = k.$ $\frac{a'}{b'} = \frac{a}{b} \times \frac{\alpha}{\alpha'} \times \frac{\beta'}{\beta} = k'$

Les mesures de deux grandeurs directement proportionnelles quelle que soit les unités choisies sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité k ne dépendant que des unités choisies.

Propriété des grandeurs proportionnelles.

A et B. $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = k.$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

Quand deux grandeurs sont proportionnelles le rapport de deux états de l'une et égal au rapport des mesures correspondantes de la seconde.

Inversement : Si deux états d'une grandeur $\frac{a}{a_2}$ sont proportionnelles. à deux états d'une autre grandeur $\frac{b_1}{b_2}$ on a $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$.

Exemples de grandeurs directement proportionnelles.

– Mouvement uniforme. espace proportionnel au temps mis vitesse coefficient de proportionnalité.

on dit que $e = vt$. $e\,km = V\,km/h \times t$ heure.

$e\,m = V\,m/sec \times t$ sec.

– rapport poids volumes.

$$\frac{poids}{volume} = d$$ poids specifique.

$P\,kg = k\,kg/dm^3 \times v\,dm^3$.

Poids kg = d x poids de l'unité de volume.

– Interêt rapporté en un an.

capital	C	$\frac{i}{c} = \frac{a}{100}$
interêt	i	
taux	a %	

Règle de trois

A et B memes correspondants a_1 b_1

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$ a_2 b_2.

Si on donne 3 de ces valeurs a_1 b_1 a_2 ou b_2. Calculer la 4e. l'operation s'appelle la regle de 3.

$$b_2 = \frac{b_1 a_2}{a_1}$$

Ex. Ex. Prix d'achat = P. Benefice 30% P de V.

Grandeurs

P = 80 . B ? $\frac{30 \times 80}{100} = 24$ PV = 104 F

P = 190 . B ? $\frac{30 \times 190}{100} = 57$ F. PV = 247.

P = 2700 B ? $\frac{30 \times 2700}{100} = 810$ F PV 2510 F

P = 840 B ? $\frac{30 \times 840}{100} = 252$ F.

PV = 1090 F.

PV = ~~8~~390 F $\frac{100 \times 330}{130} =$ ~~273~~ 300.

Grandeur proportionnelle à plusieurs autres.

Le volume est proportionnel à la longueur L la largeur l, la hauteur h V = L x l x h.

Une grandeur A est proportionnelle à d'autres grandeurs L. l. h si elle est proportionnelle à chacune d'elles quand les autres restent fixes.

Grandeurs Inversements Proportionnelle.

Directement proportionnelle . $G \mid \frac{a}{b}$ $\quad G' \mid \frac{a'}{b'}$.

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = k.$$

Inversement proportionnelle . $\frac{a}{\frac{1}{b}} = \frac{a'}{\frac{1}{b'}} = K.$

On dit que trois nombres a b c sont inversement proportionnelle à a' b' c' si l'on a cette relation.

$$\frac{a}{\frac{1}{a'}} = \frac{b}{\frac{1}{b'}} = \frac{c}{\frac{1}{c'}} = K.$$

cette relation est equivalente à : $aa' = bb' = cc' = k$

Reciproque .

Soit trois grandeurs correspondantes qui verifient la relation $aa' = bb' = cc' = K$

$$aa' = \frac{a}{\frac{1}{a'}} \quad bb' = \frac{b}{\frac{1}{b'}} \quad cc' = \frac{c}{\frac{1}{c'}} .$$

Exp. $3 \times 12 = 4 \times 9 = 6 \times 6 = 36.$

$$3 : \frac{1}{2} = 4 : \frac{1}{9} = 6 : \frac{1}{6} = 36.$$

Propri-

Règle de 3

Règle de

Propriétés des grandeurs inversement proportionnelles.

$$A \left| \begin{matrix} a \\ a' \end{matrix} \right. \qquad B \left| \begin{matrix} b \\ b' \end{matrix} \right.$$

$$ab = a'b' \qquad \frac{a}{a'} = \frac{b'}{b} = n.$$

$$a = na' \qquad b' = nb$$

Quand deux grandeurs sont inversement proportionnelles l'une devenant n fois plus grande l'autre devient n fois plus petite.

Règle de 3 inverse.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b'}{b}.$$

15 ouvriers — 30 jours.

9 ouvriers — x ?

$$x = \frac{15 \times 30}{9} \qquad \frac{15}{9} = \frac{x}{30} \qquad x = 50 \text{ jours}$$

Règle de 3 composée

30 kg de laine — 60 m d'étoffe 1,2 m de large.

150 kg de laine — x ? — 1 m 50

$$\frac{x}{60} = \frac{150}{90} \times \frac{1,2}{1,5} = \frac{4}{3} \qquad x = \frac{60 \times 4}{3} = 80 \text{ m}.$$

Les Racines Carrées

Définition. Le carré du nombre a est le produit de ce nombre par lui-même.

Le nombre c est la racine carrée de b si on a $c \times c = b$

$c = \sqrt{b}$.

Propriétés des Carrés. $a^2 = A$.

$a = bcd$. $A = (bcd)(bcd)$

$30 = 2 \times 3 \times 5$. $30^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 900$

$N = 2^4 \times 5^2 \times 6^6$ $n = \sqrt{N} = 2^2 \times 5 \times 6^3$

Un nombre formé d'un produit de facteurs dont les exposants sont paires est le carré du nombre obtenu en divisant les exposants par 2.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{b^2}\right) \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{a^2}{b^2}$$

Exp. $\sqrt{\frac{45}{80}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

Pour trouver la racine carrée d'une fractions on cherche celle du numérateur puis celle du dénominateur après avoir simplifier.

Carré de la somme de 2 nombres.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Interprétati[...]

Calcul des [...]

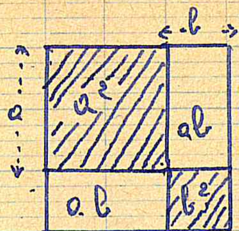
1) [...]

Re[...]

trouver le [...]

Racine [...]

Interprétation Géométrique.



Calcul des Racines Carrées.

1) Racine carrée exacte

$\sqrt{344569} = 587.$

Racine carrée rapprochée a une unité près.

$(806)^2 < 650324 < (807)^2$

Trouver le côté d'un carré d'aire donné

61504 m² 248

615,04 m² = 61504 dm² 24,8 m.

6,1504 m² . 61504 cm² 248 cm 2,48 m

Racine carré d'un nombre quelconque.

$\sqrt{37}$ n'existe pas dans la table.

Ajoutons deux tranches.

370000 608.

$\sqrt{37} = 6,08.$ à 0,01 près.

0,0731 n'existe pas.

0,0731 00 0,270 à 0,001 près.

1283,47. $358^2 = 128164$.

$\sqrt{1283,47} = 35,8$ à 0,1 près.

<u>Racine carré avec 4 chiffres significatifs.</u>

$359^2 = 128881$. $359^2 = 128881$

$358^2 = 128164$ $x^2 = 128347$

717. 534.

$\frac{x}{359} = \frac{534}{717} = 0,75$.

$\sqrt{128347} = 359 - 0,75$

$\sqrt{128347} = 358$ à 1 près

= 358,3 à 0,1 près

$\frac{x}{x^2 - 358} = \frac{1}{359^2 - 358^2}$

$\sqrt{1283,47} = 35,83$.

<u>Calcul d'une Racine Carrée.</u> Soit un carre de 13 m².

$(3m)^2 < 13^{m2} < (4m)^2$

$3 = \sqrt{13}$ à 1 près.

Reste $13 - (3)^2 = 4\ m^2$

R < 2a+1

Racine Carre

Racine Ca

$x^2 < 100$.

Soit 53.

$49 < 53 < 64$

7 à 1 près Reste 4.

$100 < x^2 < 10000$

$10 < x < 100$.

Soit 2743 m² : 27,43 dam²

5 dam à 1 dam près

Racine Carrée pour un nombre quelconque.

21 83 47	467.		
583	87	86	927
6747	7	6	7
258	609	516	6489

Racine Carrée à 0,1 ; 0,01 ; 0,001.

25 m² 5 m

0,25 m² 0,5 m

La racine carrée à 0,1 près est le carré du plus grand nombre de (centième) dixième ou de centième dont le carré soit inférieur au nombre donné.

La racine carré d'à une près du nombre donné décimal est la racine carré à une unité près de la partie entière

Définiti

Monomes :

Polynômes :

Les Expressions Algébriques

Définition : Une expression Algébrique indique les opérations à effectuer sur des nombres représentés ou non par des lettres.

Une expression est dite entière si elle n'a pas de dénominateur.

La valeur numérique d'une expression est le résultat des opérations indiquées quand elles sont possibles, et quand on a donné à chaque lettre sa valeur.

$\frac{3x^2}{x+1} = 4$ si $x = 2$. pas de valeur numérique pour $x = -1$.

Monomes : C'est une expression qui ne comprend que des multiplications.

$3x\,y^4$ monome entier.

$\frac{3x\,y^4}{2x}$ monome fractionnaire

Polynômes : C'est une somme de monômes.

$(a+2b)(a-b) = 4$ $\quad a=2 \quad b=1$

$a+2b \times a-b = 5$

$a+2b(a-b) = 4.$

$$\frac{a+2b}{a} = 4 \qquad a = 2 \quad b = 3.$$

$$a + \frac{2b}{a} = 5$$

$$a + \frac{2b^a}{a} = 3.$$

Monômes

Monômes semblables : ce sont des monômes qui ont même partie litérale.

Somme de Monômes.

La somme de plusieurs monômes semblables est un monôme semblable qui a pour coefficient la somme des coefficients.

$$5xy^2 + \frac{4}{5}xy^2 + -3xy^2 = \left(5+\frac{4}{5}-3\right)xy^2$$
$$= \frac{14}{5}xy^2$$

Produit de monômes.

$$5x^2y^3 \times (-3)x^2y = -15x^4y^4.$$

Polynôme.

C'est la som

Polynômes.

Le degré d'un polynôme est égal au plus haut degré de l'un de ses monômes.

$3x^2 + 5x + 8.$

C'est un polynôme ordonné du second degré de x de puissance décroissante.

Somme de polynôme.

$A = x^2 + 3x + 1$

$B = x^2 + 5x + 4$

$C = 7x + 3.$

$A - B + C$? $A + B + C = 2x^2 + 15x + 8$

$A = x^2 + 3x + 1$, $-B = -x^2 - 5x - 4$, $C = 7x + 3.$

$A - B + C = x^2 + 3x + 1 - x^2 - 5x - 4 + 7x + 3 = 5x.$

Produit d'un polynôme par un monôme.

$(2x^3 + 4 - x)\, 3xy. = 6x^4y - 3x^2y + 12xy$

Inversement mise en facteur.

$6x^4y - 3x^2y + 12xy = 3xy\,(2x^3 - x + 4)$

Produit d'un polynôme par un polynôme.

On multiplie chaque terme du 1er par chaque terme du second et en faisant la somme

$(x^3 - 5x^2 + 3x - 1)(x^2 - 3).$

$$\begin{array}{r} x^3 - 5x^2 + 3x - 1 \\ \times\ x^2 - 3 \\ \hline x^5 - 5x^4 + 3x^3 - x^2 \\ -3x^3 + 15x^2 - 3x + 3 \\ \hline x^5 - 5x^4 + 14x^2 - 3x + 3. \end{array}$$

Produits remarquables.

$$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$$

$$(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab.$$

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$$

$$(a-b)^3 = a^3-b^3-3a^2b+3ab^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2.$$

$$a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$$

$$= (a+b)[(a+b)^2-3ab = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3 = (a-b)[(a^2+ab+b^2)]$$

Decomposition en produit de facteur.

Exp. $49x^2y^2-4x^4 = x^2(49y^2-4x^2) =$

$$= x^2(7y+2x)(7y-2x)$$

$$a^2-2ab+b^2-c^2 = (a-b)^2-c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$$

$$8x^3+1 = (2x)^3+1^3 = (2x+1)(4x^2-2x+1^2)$$

Simplific

Opérat

1°)

Fractions Rationnelles

C'est le quotient exact de 2 expressions algébriques $\frac{P}{Q} : \frac{x^2+x+1}{x+1} =$

Simplification. $\frac{18a^2b^3}{27ab^3} = \frac{2a}{3}$. Pour simplifier des fractions rationnelles, il faut avant toute chose mettre numérateur et dénominateur sous la forme d'un produit de facteurs; seulement après on divisera s'il y a lieu numérateur et dénominateur par une même expression algébrique.

$$\frac{3x^4-12x^3y+12x^2y^2}{5x^3y-20xy^3} = \frac{3x^2(x^2-4xy+4y^2)}{5xy(x^2-4y^2)} =$$

$$\frac{3x(x-2y)^2}{5xy(x+2y)(x-2y)} = \frac{3x(x-2y)}{5xy(x+2y)}.$$

Opérations. Les règles d'opération sont les mêmes que pour les fractions arithmétiques.

1°) Addition et soustraction

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1-a} - \frac{2}{1-a^2} = \frac{1-a+1+a-2}{1-a^2} = \frac{0}{1-a^2} = 0$$

2°) Multiplication.

$$\frac{5}{5x-10} \times \frac{x^2-4}{x^2} = \frac{5(x^2-4)}{x^2(5x-10)} = \frac{5(x+2)(x-2)}{5x^2(x-2)} =$$

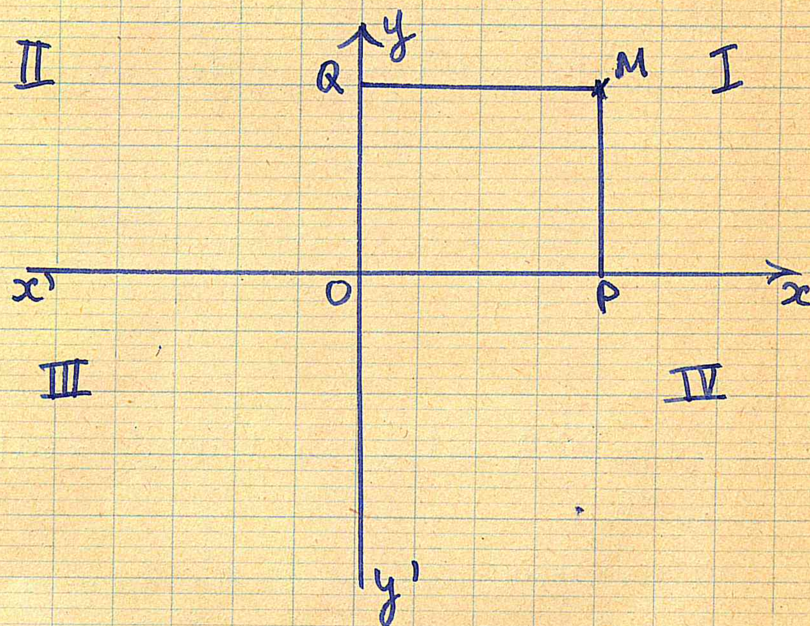
$$\frac{x+2}{x^2}$$

3°) Division

$$\frac{3(x-y)}{5(x+y)^2} : \frac{1}{10(x+y)} = \frac{3(x-y)}{5(x+y)^2} \times \frac{10(x+y)}{1} =$$

$$\frac{3(x-y)}{x+y} \times \frac{2}{1} = \frac{6(x-y)}{x+y}$$

Repérage des points d'un plan.



Considérons dans le plan 2 axes perpendiculaires x'x et y'y se coupant en O. Soit M un point quelconque du plan. De M abaissons les perpendiculaires sur les 2 axes. Par définition :

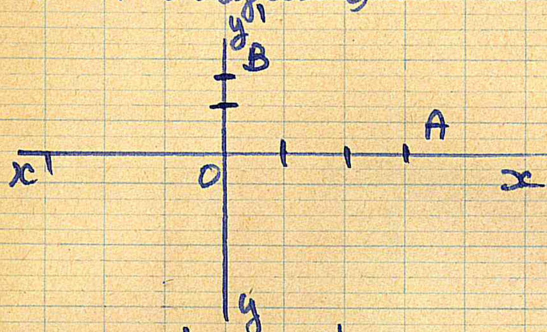
$\overline{QM} = \overline{OP}$ = abcisse de M

$\overline{PM} = \overline{OQ}$ = ordonnée de M.

Abcisse et ordonnée de M constituent les coordonnées de M.

Remarques. Quand on nomme les coordonnées d'un point, on commence par l'abcisse.

L'axe x'x est l'axe des abcisses ou des x.
L'axe y'y est l'axe des ordonnées ou des y.
Les deux axes s'appellent les axes des coordonnées.
Le point O est l'origine des coordonnées.



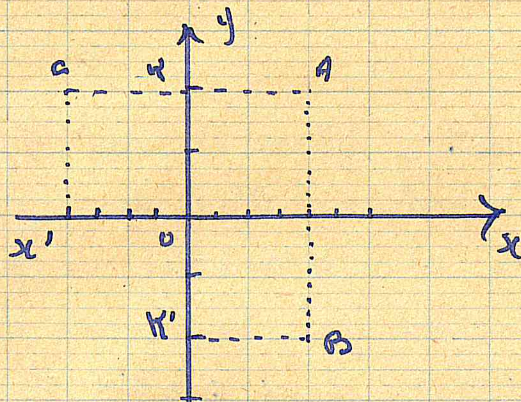
Le point A situé sur l'axe des x ont une ordonnée nulle.
Tous les points de l'axe des x ont une ordonnée nulle.
L'axe des x est le lieu des points qui ont une ordonnée nulle.
Le point B situé sur l'axe des y ont une abcisse nulle.
Tous les points de l'axe des y ont une abcisse nulle.
L'axe des y est le lieu des points qui ont une abcisse nulle.

Problème inverse.

Placer un point connaissant ses coordonnées

Ces partie

Tous les points qui ont même abcisse se trouvent sur une parallele à l'axe des y.



3) Considerons les points AB symetriques par rapport à l'axe des x. Leurs abcisses sont égales leurs ordonnées sont opposées.

2 points symetriques par rapports à l'axe des x ont mêmes abcisses et des ordonnées opposées.

4) De même nous remarquons que le point A et C symetriques par rapport à l'axe des y ont des abcisses opposées et même ordonnées.

2 points symetriques par rapport à l'axe des y ont des abcisses opposées et mêmes ordonnées.

5) De même les points B.C symetriques par rapport à l'origine ont des abcisses opposés et des ordonnés opposées.

2 points symetriques par rapport à l'origine ont des abcisses opposées et des ordonnées opposées.

Partie De Géométrie

Vocabulaire géométrique.

Définition:

C'est une propriété qui permet de reconnaître une figure particulière et seulement celle-ci.
Ex: un triangle isocèle est un triangle qui a 2 côtés égaux.

Postulat: C'est une propriété moins évidente que l'action mais qui ne démontre pas car on ne le peu pas
Ex le postulat d'Euclide: par un point hors d'une droite on ne peut mener qu'une seule parallèle à la droite.

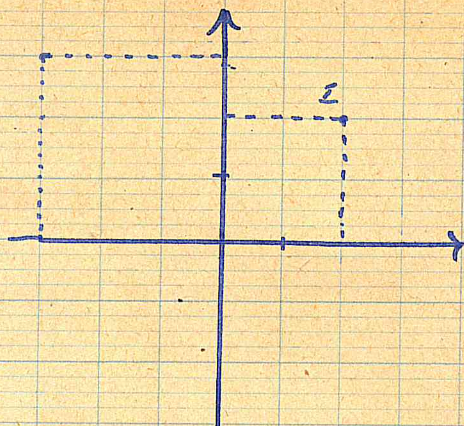
Théorème: C'est une propriété importante d'une figure qu'on démontre par le raisonnement.
Ex: Dans un triangle isocèle les angles à la base sont égaux. Dans l'énoncé du théorème il y a 2 parties -1) l'hypothèse (connue)
2) la conclusion (inconnue)

Reciproque: La reciproque du théoreme precedent est: si dans un triangle 2 angles sont égaux est isocèle

L'Hypothese : 2 angles égaux

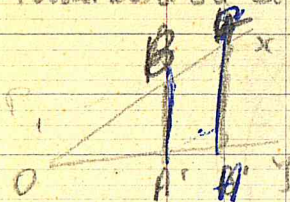
La conclusion: Le triangle est isocèle.

L'Hypothese du théoreme direct est devenue la conclusion du théoreme reciproque.


1

Relation trigonométrique

Détermination d'un angle aigu.



$\widehat{AOB}$ } un angle aigu compris entre côtés proportionnels
$\widehat{A'OB'}$ } donc semblable

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{AB}{A'B'}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{OB}{OB'} = \boxed{\frac{AB}{OB} = \frac{A'B'}{OB'}} \quad I$$

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \boxed{\frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'}} \quad II$$

$$\boxed{\frac{OA}{AB} = \frac{OA'}{A'B'}} \quad III$$

hypoténuse — côté opposé — côté de l'angle droit

On appelle sinus d'un angle aigu le rapport ~~b~~ du côté du triangle rectangle opposé à l'angle ~~et~~ à l'hypoténuse.

Le cosinus d'un angle aigu est le rapport du côté de l'angle droit adjacent à l'angle à l'hypoténuse

$x \neq 0$
$x \neq -1$

$$\frac{\frac{x-1}{x+1}+1}{\frac{2x-1}{x+1}+2} = \frac{2}{3}$$

$$3\left(\frac{x-1+x+1}{x+1}\right) = 2\left(\frac{2x-1+2x+2}{x+1}\right)$$

$3x-3+3x+3 = 4x-2+4x+4$

$6x-8x-2=0$

$-2x-2=0 \qquad x=1$

$$\frac{4-\frac{x-2}{x+2}}{2+\frac{x}{x+2}} = \frac{1}{4}$$

$x \neq 0$
$x \neq -2$
$x+2 \neq 0$

$$\frac{4(x+2-x+2)}{x+2} = \frac{2x+4+x}{x+2}$$

$4x+8-4x+8-2x-4-x=0$

$-3x+12=0$

$12-3x=0 \qquad x=4$